Energetik obyektlarni monitoring tizimlarining o‘lchash kanallaridagi signallarni invers qayta ishlash jarayonini matematik va kompyuter modellashtirish usullari va vositalarini ishlab chiqish

Majid M. Karimov[1], Sitora M. Nizamova[2,a)]

[1] DSc, prof., Bilim va malakalarni baholash agentligi, Toshkent, 100084, O‘zbekiston; informtgtu@mail.ru https://orcid.org/0000-0002-8516-9061

[2,a)] Doktorant, Toshkent davlat texnika universiteti, Toshkent, 100095, O‘zbekiston; informtgtu@mail.ru https://orcid.org/0009-0004-0868-2584

Dolzarbligi: Axborot texnologiyalari va kompyuter texnikasi vositalarini qo‘llash zamonaviy sanoatni rivojlantirish, yangilash va samaradorligini oshirishning eng muhim omili hisoblanadi. Mazkur vositalar asosida turli xil monitoring tizimlarini yaratish imkoniyati vujudga keldi. Bu tizimlar sanoat va ilmiy-tadqiqot texnologiyalarining yuqori sifatli ishlashini ta’minlashi lozim bo‘lib, ular orasida energetik qurilmalar, obyektlar, tizimlar va texnologiyalar ustuvor o‘rinni egallaydi. Monitoring tizimlarining ajralmas tarkibiy qismi o‘lchov asboblari, tizimlari va majmualari hisoblanadi. Ularning sifatiga qo‘yilayotgan talablar ortib borishi bilan bir qatorda, ularning og‘irligi va murakkabligi ham yuqori sur’atda o‘sib bormoqda. Ushbu talablarga muvofiqlik nafaqat texnik takomillashtirish orqali, balki o‘lchash natijalarini kompyuterda qayta ishlash usullari va vositalarini takomillashtirish orqali ham ta’minlanadi. Monitoring tizimlarining o‘lchash kanallari sifatiga bo‘lgan talablarning ortib borishi sharoitida birlamchi o‘lchash o‘zgartirgichlarining samarali dinamik modellarini qurish, modellar va usullarni amalga oshirishning sonli usullari, algoritmlari va kompyuter vositalarini ishlab chiqish orqali signallarga (eksperimental ma’lumotlarga) invers qayta ishlash jarayonlarini matematik va kompyuter modellashtirish usullarini yaratish muammosi dolzarb hisoblanadi.

Maqsad: Volterra toifasidagi integral operatorlar va tenglamalarni qo‘llash orqali matematik tavsif shakllarini kengaytirish asosida energetika obyektlarini monitoring tizimlarining o‘lchash kanallarida signallarni qayta ishlash jarayonlarini matematik va kompyuter modellashtirish usullarini ishlab chiqish hamda takomillashtirish.

Usullari: dinamik tizimlarni matematik modellashtirish nazariyasi va usullari; integral tenglamalarni yechish nazariyasi va sonli usullari; avtomatik boshqarish nazariyasi elementlari.

Natijalar: Ko’rib chiqilgan modellashtirish usullari va vositalari o‘lchash vositalarining matematik tavsiflarini va tegishli dasturiy modullarni ratsional tanlash imkoniyati bilan energetik obyektlarni monitoring qilish tizimlarining o‘lchash kanallarida signallarga invers qayta ishlash usullarini yaratish va tadqiq qilish masalalarini tezkor hal qilish imkonini beradi.

Kalit so‘zlar: modellashtirish, dinamik rostlash, o‘lchash tizimi, integral tenglamalar, signallarni tiklash, termal nurlanish oqimlarini o‘lchash, energetik obyektlarni monitoring qilish

For citation: Karimov M.M., Nizamova S.M. Development of methods and tools for mathematical and computer modeling of the process of inverse signal processing in measuring channels of energy facility monitoring systems. Scientific and technical journal of Problems of Energy and Sources Saving, 2025, no. 3, pp. 238-249.

https://doi.org/10.5281/zenodo.17010695

Received: 7.02.2025
Revised: 18.05.2025
Accepted: 20.07.2025
Published: 23.08.2025

Разработка методов и средств математического и компьютерного моделирования процесса инверсной обработки сигналов в измерительных каналах систем мониторинга энергетических объектов

Мажид М. Каримов[1], Ситора М. Низамова[2,a)]

[1] DSc, проф., Агентство по оценке знаний и компетенций, Ташкент, 100084, Узбекистан; informtgtu@mail.ru https://orcid.org/0000-0002-8516-9061

[2,a)] Докторант, Ташкентский государственный технический университет, Ташкент, 100095, Узбекистан; informtgtu@mail.ru https://orcid.org/0009-0004-0868-2584

Актуальность: Применение информационных технологий и средств компьютерной техники является наиболее существенным фактором развития, модернизации и повышения эффективности современной промышленности. На основе указанных средств появилась возможность построения различных систем мониторинга, которые должны обеспечить высокое качество функционирования индустриальных и исследовательских технологий, среди которых приоритетную позицию занимают энергетические аппараты, объекты, системы и технологии. Неотъемлемой составляющей систем мониторинга является измерительные приборы, системы и комплексы, вес и сложность которых растут высокими темпами вместе с ростом требований к их качеству. Соответствие этим требованиям обеспечивается не только и не столько путем технического усовершенствования, но и путем усовершенствования методов и средств компьютерной обработки результатов измерения. В условиях роста требований к качеству измерительных каналов систем

мониторинга актуальной является проблема создания методов математического и компьютерного моделирования процессов инверсной обработки сигналов (экспериментальных данных) путем построения эффективных динамических моделей первичных измерительных преобразователей, разработки численных методов, алгоритмов и компьютерных средств реализации моделей и методов.
Цель: создание и развитие методов математического и компьютерного моделирования процессов обработки сигналов в измерительных каналах систем мониторинг энергетических объектов на основе расширения форм математических описаний с привлечением интегральных операторов и уравнений типа Вольтерра.
Методы: теория и методы математического моделирования динамических систем; теория и численные методы решения интегральных уравнений; элементы теории автоматического управления.
Результаты: Рассмотренные методы и средства моделирования позволят оперативно решать задачи создания и исследования методов инверсной обработки сигналов в измерительных каналах систем мониторинга энергетических объектов с возможностью рационального выбора математических описаний измерительных средств и соответствующих программных модулей.
Ключевые слова: моделирование, динамическая коррекция, система измерения, интегральные уравнения, восстановление сигналов, измерение потоков теплового излучения, мониторинг энергетических объектов.

Development of methods and tools for mathematical and computer modeling of the process of inverse signal processing in measuring channels of energy facility monitoring systems

Majid M. Karimov[1], Sitora M. Nizamova[2,a)]

[1] DSc, prof., Agency for assessment of knowledge and competences, Tashkent, 100084, Uzbekistan; informtgtu@mail.ru https://orcid.org/0000-0002-8516-9061
[2,a)] Doctorate student, Tashkent state technical university, Tashkent, 100095, Uzbekistan informtgtu@mail.ru https://orcid.org/0009-0004-0868-2584

Relevance: The use of information technology and computer technology is the most significant factor in the development, modernization and improvement of the efficiency of modern industry. Based on the specified tools, it became possible to build various monitoring systems that should ensure high quality of operation of industrial and research technologies, among which the priority position is occupied by energy devices, objects, systems and technologies. An integral part of monitoring systems are measuring devices, systems and complexes, the weight and complexity of which are growing rapidly along with the growth of requirements for their quality. Compliance with these requirements is ensured not only and not so much by technical improvement, but also by improving the methods and means of computer processing of measurement results. In the context of increasing requirements for the quality of measuring channels of monitoring systems, the problem of creating methods for mathematical and computer modeling of processes of inverse signal processing (experimental data) by building effective dynamic models of primary measuring transducers, developing numerical methods, algorithms and computer tools for implementing models and methods is relevant.
Aim: creation and development of methods for mathematical and computer modeling of signal processing processes in measuring channels of energy facility monitoring systems based on the expansion of forms of mathematical descriptions using Volterra-type integral operators and equations .
Methods: theory and methods of mathematical modeling of dynamic systems; theory and numerical methods for solving integral equations; elements of automatic control theory.
Result: The considered methods and means of modeling will allow for the prompt solution of problems of creating and studying methods of inverse signal processing in measuring channels of energy facility monitoring systems with the possibility of rational selection of mathematical descriptions of measuring instruments and corresponding software modules.
Keywords: modeling, dynamic correction, measurement system, integral equations, signals recovery, measurement of thermal radiation flows, monitoring of energy facilities.

1. Введение (Introduction)

Компьютерная обработка информационно-насыщенных сигналов датчиков систем в настоящее время принадлежит к современным научно-техническим приложениям, которые стремительно развиваются. Данная предметная область является междисциплинарной областью науки и использует последние достижения в области вычислительной измерительной техники и математических приложений. Появление в последние годы в инженерной практике многочисленных инструментальных средств экспресс диагностики рабочего состояния сложных энергетических агрегатов на основе различных типов первичных измерительных преобразователей открывает большие возможности в разработке новых и совершенствовании существующих информационных технологий компьютерной обработки информационных массивов данных.

Ориентация современной техники и технологии на более полную интенсификацию энергетических процессов обуславливает всевозрастающий интерес к методам и средствам изучения нестационарных процессов. Исследование процессов теплообмена поверхностей высокоскоростных летательных аппаратов, деталей установок для горячей штамповки, подвижных частей литейного и прокатного оборудования, двигателей внутреннего сгорания и газотурбинных установок, развитие лазерной техники - далеко неполный перечень областей, где первостепенное значение имеет точная информация о плотностях нестационарных потоков теплового излучения.

Основой любой современной измерительной системы являются методы, методики и алгоритмы обработки и анализа сигналов первичных преобразователей, от эффективности которых во многом зависит достоверность решения широкого круга задач, решаемых системами мониторинга. Создание подобных высокоэффективных, с точки зрения конечного результата, алгоритмов требует значительной предварительной исследовательской работы, направленной на создание методов выявления закономерностей, которые определяются многомерным массивом экспериментальных данных. Выполнение подобных работ практически невозможно без использования вычислительной техники, имеется в виду создание соответствующих численных методов, алгоритмов и специализированного программного обеспечения. [1-3]

Развитие современных автоматизированных и автоматических систем измерения, наблюдения, контроля, диагностики и управления характеризуется значительным расширением области приложений, усложнением решаемых задач, а значит и процессов функционирования систем, а также повышением требований к точности и быстродействию методов и средств цифровой обработки сигналов. При этом совершенствование методов и средств измерения, появление новых принципов контроля и диагностирования технических объектов с использованием тех или иных физических эффектов приводит к необходимости создания и исследования все более эффективных математических методов обработки сигналов (экспериментальных данных), ориентированных на компьютерную реализацию. Учет растущих требований к методам и средствам обработки сигналов, рост объемов вычислений могут быть обеспечены путем создания и совершенствования соответствующих методов математического моделирования, а также вычислительных методов и алгоритмов, реализующих математические модели.

Подобные задачи разработки математических моделей процессов обработки сигналов, численных алгоритмов и программ характерны для современных и перспективных исследований и разработок в области задач звуковой локации, радиолокационных систем, обработки сейсмической информации, компьютерной томографии, неразрушающего контроля технических изделий, в многоканальных задачах построения мониторинговых систем и т.п.[4]

Измерительные каналы систем мониторинга должны обеспечиваться все более сложными методами и средствами обработки сигналов, обладающих возможностью точной регистрации формы сигналов и оценки их информативных признаков. При этом используются измерительные каналы с многоэлементными датчиками, динамические свойства которых необходимо учитывать при регистрации и воспроизведении формы сигнала. Для получения требуемого качества обработки сигналов целесообразно использовать избыточность первичных экспериментальных данных, учитывать динамические свойства датчиков и измерительных каналов в целом, что требует построения и использования осложненных математических моделей задач локации, а также динамических моделей измерительных каналов с применением методов идентификации и восстановления сигналов.

Распространенные сейчас средства обработки результатов измерения реализуют, как правило, традиционные, достаточно развитые математические методы фильтрации, аппроксимации, интерпретации, экстраполяции и их разновидности.

Одним из наиболее перспективных направлений развития методов обработки сигналов в измерительных системах и системах наблюдения являются инверсные методы, основанные на адаптации процесса обработки сигнала к реальным преобразующим характеристикам измерительной аппаратуры. Эти характеристики воспроизводят не только полезные функциональные свойства, но и искажения, вносимые в сигналы, которые регистрируются, в том числе наиболее существенные из них - динамические искажения. Учет указанных свойств измерительных каналов инверсными методами обработки сигналов является основной их особенностью, которая позволяет во многих случаях улучшить показатели точности измерительных каналов. [5-8]

2. Методы и материалы (Methods and materials)

Инверсные методы базируются на использовании математических моделей средств измерения и решения аналитических и численных задач обращения операторов, описывающих измерительные средства. При этом решаются так называемые обратные задачи, к которым относятся задачи идентификации и восстановления входных сигналов измерительных систем. [9]

Указанные задачи относятся к классу некорректных задач, общая теория которых разработана известными математическими школами. Тем не менее, инверсные методы в применении, прежде всего, к динамическим измерениям, имеет существенные особенности и требуют привлечения дополнительных исследований и разработок для их эффективной имплементации. До сих пор проблемными остаются задачи разработки и применения инверсных методов к обработке сигналов первичных измерительных преобразователей с распределенными параметрами, нелинейных преобразователей, а также соответствующих многопараметрических (многоэлементных) преобразователей. При этом к исследованиям относятся задачи получения эффективных математических описаний (моделей) данных объектов, методы и алгоритмы численного решения обратных задач динамики и компьютерные средства реализации методов. [10-12]

Обширный класс вычислительных задач автоматизации научно-технических экспериментов и технологических процессов, возможность решения которых появилась благодаря современному развитию математики, образуют задачи интерпретации результатов наблюдений, связанные с решением интегральных уравнений первого рода, отличающихся математической некорректностью постановки задачи вследствие неустойчивости формально получаемого решения. Возможность их решения методом обратных операторов, открывшаяся благодаря развитию идеи регуляризации, имеет немалое прикладное значение, например, для решения известной задачи повышения точности (разрешающей способности) систем наблюдения, которая занимает заметное место среди актуальных задач математической обработки результатов наблюдений. Необходимость применения математических способов повышения точности наблюдений обусловлена тем, что темпы роста требований к точности систем наблюдения опережают темпы роста их технических возможностей, ограниченных зачастую не только существующими технико-экономическими условиями, но и физическими пределами. При этом следствием ограниченности разрешающей способности систем наблюдения являются затруднения в интерпретации многих экспериментальных зависимостей, получаемых в исследовательских работах и на производстве.[13-15]

Многие задачи косвенных измерений, исследования и наблюдения малодоступных явлений и объектов и т. д. являются обратными. Для определения искомой характеристики, представленной элементом (функцией, вектором) у некоторого множества *Y*, имеются лишь преобразованные данные

$$Ay = f, \tag{1}$$

представленные измеряемым (наблюдаемым) элементом $f\,(f \in AY)$, являющимся результатом воздействия оператора *A*. Таким образом, искомая характеристика является решением уравнения (1), и это решение принадлежит только тем элементам, которые принадлежат *AY*. Подобные задачи относятся к классу некорректных задач. Оператор *A* во многих случаях относится к одному из видов интегральных операторов.

В данной статье рассмотрены некоторые особенности и способы решения уравнения (1), в котором оператор *A* является интегральным оператором Вольтерра $A_в$ и которое, таким образом, будет представлять собой уравнение Вольтерра первого рода. В общем случае данное уравнение имеет вид

$$A_{ВН}\left[y(t)\right] \equiv \int_{t_0}^{t} K\left[t, s, y(s)\right] ds = f(t), \tag{2}$$

где $A_{ВН}$ - нелинейный интегральный оператор Вольтерра; $K\left[t, s, y(s)\right]$- заданная функция своих переменных (ядро); $y(s)$- искомая функция (входной сигнал измерительной системы); $f(t)$-известная функция (выходной наблюдаемый сигнал).

Свойства измерительной аппаратуры определяются ядром, вид которого в уравнении (2) свидетельствует о нелинейности измерительного тракта. Для линейного стационарного объекта или аппаратуры с линейным нестационарным трактом измерения, описываемым линейным оператором Вольтерра $A_{ВЛ}$, имеет место уравнение

$$A_{ВЛ}[y(t)] \equiv \int_{t_0}^{t} K(t,s)y(s)ds = f(t), \qquad t \in (t_0, T), \tag{3}$$

где ядро $K(t,s)$ представляет собой весовую функцию. Если же измерительная система линейна и стационарна, то ядро является разностным, и исходное уравнение принимает вид

$$A_{ВС}[y(t)] \equiv \int_{t_0}^{t} K(t-s)y(s)ds = f(t) \tag{4}$$

и включает в себя операцию свертки функций (A_{BC}) - Последнее уравнение весьма распространено в исследованиях. Примерами сводящихся к нему задач являются задачи определения формы сигнала на входе длинной линии (кабеля, линии связи, линии электропередачи и т. д.) по результатам измерения сигнала на выходе и определения формы радиоимпульса по данным записи на большом расстоянии от источника при известных преобразующих свойствах среды и т. д.

Уравнение (4) может быть использовано для идентификации линейных стационарных объектов по известным входному и выходному сигналам.

В таком случае используется эквивалентная форма уравнения

$$\int_{t_0}^{t} y(t-s)K(s)ds = f(t), \tag{5}$$

которое решается относительно функции $K(t)$.

При решении задач восстановления формы сигналов и идентификации, приводящих к интегральным уравнениям, часто предпочитают перейти к эквивалентным дифференциальным уравнениям, тогда как имеются возможности прямого решения исходных уравнений. Однако при этом необходимо учитывать, что при численном решении уравнений вида (3) в отличие от случая интегральных уравнений Вольтерра второго рода имеются особенности, заключающиеся в повышенных требованиях к свойствам исходных данных.

Если $K(t_0,t_0) \neq 0$, $f(t_0)=0$ и функции $K(t,s)$, $f(t)$ допускают производные $K_t^{'}(t,s)$, $f^{'}(t)$, непрерывные в интервале интегрирования (t_0,T), внутри которого $K(t,t)$ не обращается в нуль, то уравнение (3) допускает в этом интервале непрерывное и единственное решение. Указанные условия необходимо учитывать при использовании любого из методов решения уравнения (3).

Для определения резольвенты, позволяющей представить решение уравнения (3) в аналитическом виде, обычно путем дифференцирования переходят к эквивалентному уравнению Вольтерра второго рода

$$y(t) + \int_{t_0}^{t} \frac{K_t^{'}(t,s)}{K(t,t)} y(s)ds = \frac{f^{'}(t)}{K(t,t)}, \tag{6}$$

получение которого невозможно без выполнения отмеченных условий. Переход от (3) к (6) является разновидностью регуляризации. Для решения уравнения (6) можно применять большое количество методов при незначительных ограничениях. Если в уравнении (6) $K(t_0,t_0)=0$, то оно остается то оно остается уравнением первого рода. Однако аналогичные попытки получения уравнения второго рода могут быть продолжены, если при некотором p -кратном дифференцировании $K_t^{p-1}(t_0,t_0) \neq 0$. Тогда получаем

$$y(t) + \int_{t_0}^{t} \frac{1}{K^{(p-1)}(t,t)} \frac{\partial^p K(t,s)}{\partial t^p} y(s)ds = f^{(p)}(t). \tag{7}$$

По ядру уравнения второго рода известными приемами может быть найдена резольвента. Например, располагая резольвентой $R_p(t,s)$ ядра уравнения (7), решение можно записать в виде

$$y(t) = \frac{1}{K_1^{(p-1)}(t,t)} f^{(p)}(t) - \int_{t_0}^{t} R_p(t,s) f^{(p)}(s)ds. \tag{8}$$

Для решения уравнения (3) могут быть применены приближенные численные методы. В частности, если удается аппроксимировать ядро $K(t,s)$ разделяющимся ядром, то (3) может быть приведено к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Наиболее общим численным методом применительно к интегральным уравнениям является метод квадратурных формул, применение которого к уравнению (3) выглядит следующим образом. Отрезок [0, *T*] разбивается на *n* частей, выбираются узлы дискретизации $t=t_i, i=\overline{0,n-1}$.

Тогда вместо (3) можно записать

$$\int_{t_0}^{t_i} K(t,s)y(s)ds = f(t_i)\,. \tag{9}$$

После замены в (9) интеграла какой-либо квадратурной формулой, получаем систему

$$\sum_{i=1} A_i K_{ij} y_j = f_i\,, \qquad i = \overline{0, n-1}\,, \tag{10}$$

где A_j - коэффициенты квадратурной формулы; $K_{ij} = K(t_1, t_i),\ j = \overline{0,i}$; $f_i = f(t_i);\ y_i = (t_i)$ - приближенные значения искомой функции в узлах t_i. Особенность системы (10) состоит в невозможности определения значения y_0, которое, будучи найденным, позволяет затем получить значения $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$ рекуррентно. Это объясняется тем, что интеграл в (3) при $t = t_0$ равен нулю и $f(t_0) = f_0 = 0$. Выход состоит в том, чтобы определить y_0 из уравнения (6), откуда при $t = t_0$

$$y_0 = \frac{f^{'}(t_0)}{K(t_0, t_0)} = \frac{f^{'}(t_0)}{K_{00}}\,. \tag{11}$$

Теперь система (10) позволяет последовательно определить значения

$$y_i = \frac{1}{A_i K_{ii}}(f_i - \sum_{j=1}^{n-1} A_i K_{ij} y_i), \qquad i = \overline{1, n-1}, \tag{12}$$

при $A_i K_{ii} \neq 0$.

Использование формулы трапеций позволяет получить следующие соотношения. Если принять шаг $h_i = t_i - t_{i-1} (i = \overline{1, n-1})$переменным и положить$x_1 = t_0 + h_1, t_2 = t_1 + t_2, \ldots, t_{n-1} = T$, то

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{K_{11}}\left[\frac{f_1}{h_1} - \frac{1}{2}K_{10}y_0\right] \\ y_i &= \frac{2}{K_{ii}}\left[\frac{f_i}{h_i} - \frac{h_1}{2h_0}K_{i0} - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{i-1}\frac{h_j + h_j - 1}{h_i}K_{ij}y_i\right], \end{aligned} \tag{13}$$

а значение y определяться из (11).

При постоянном шаге h=h_i вместо (13) имеет место формула

$$y_i = \frac{2}{K_{ii}}\left(\frac{f_i}{h_i} - \sum_{j=1}^{i-1} A_i K_{ij} y_i\right), \tag{14}$$

$$t_i = t_0 + (i-1)h, \quad i = 1,2,3,\ldots\ldots, A_j = \begin{cases} 0.5 & при \quad j = 0 \\ 1 & при \quad j > 0 \end{cases}$$

При вычисления значения

$$f^{'}(t_0) = \left.\frac{df(t)}{dt}\right|_{t=t_0}$$

можно воспользоваться различным интерполяционными способами, в том числе формулой квадратичной интерполяции

$$f^{'}(t_0) \approx \frac{1}{2h}\left[-3f(t_0) + 4f(t_0{+}h) - f(t_0{+}2h)\right]. \tag{15}$$

3. Результаты и обсуждение (Results and discussion)

Измерение плотности потоков теплового излучения имеет важное значение для многих экспериментальных исследований и технологических процессов. Перспективными направлениями дальнейшего развития методов и приборов для измерения нестационарных потоков теплового излучения в сторону уменьшения динамических погрешностей в настоящее время являются:

а) изыскание новых физических принципов, которые могут быть использованы для создания малоинерционных приемников теплового излучения;

б) дальнейшее совершенствование методик измерения на основе применения современных компьютерных средств.

В части разработки новых методик измерения особое значение приобретают структурные методы коррекции динамических погрешностей измерительных преобразователей. Задача структурной коррекции динамических характеристик измерительных систем заключается в построении и использовании в преобразующем канале или контуре системы такого блока, который благодаря своим специально сформированным динамическим свойствам обеспечивает как можно лучшие динамические характеристики всей системы.

Инерционность теплоэлектрических приемников (измерительных преобразователей) излучения ограничивает возможности системы измерения нестационарных потоков теплового излучения. Непосредственное использование показаний этих приборов для измерения и регулирования быстроизменяющихся процессов приводит к значительным динамическим погрешностям. Поэтому разработка способов и устройств компенсации подобных ошибок в реальном времени весьма актуальна.

Интегральный метод восстановления сигналов для решения задачи коррекции динамических погрешностей системы измерения потоков теплового излучения заключается в вычислении входного сигнала $y(t)$ по известному выходному сигналу $f(t)$ и заданной импульсной переходной характеристике $k(t)$ и сводится к решению интегрального уравнения Вольтерра первого рода

$$\int_0^t \widetilde{k}(t-s)y(s)ds = f(t), \tag{16}$$

где $\widetilde{k}$ - динамическая характеристика системы, $f(t)$ - зарегистрированный сигнал, $y(t)$ - восстановленный сигнал на входе системы.

Для синтеза корректирующих алгоритмов необходимо иметь выражение для функции $k(t)$, которое можно получить путем дифференцирования переходной характеристики $P_э(t)$. Функцию $P_э(t)$ получаем как реакцию системы на входной сигнал в виде единичной функции, для воспроизведения которой используется стационарный излучатель на основе лампы накаливания и диафрагмы с заслонкой, управляемой электромагнитом. Нелинейная аппроксимация экспериментально полученной переходной характеристики

$$\widetilde{P}(t) \cong P_э(t) = \alpha_0 + e^{-\lambda t}\sum_{i=1}^{M} \alpha_i t^{i-1}, \; i = \overline{1, M}, \tag{17}$$

где $\alpha_0, \alpha_i, \lambda$ - постоянные коэффициенты, позволяет найти значение параметров аппроксимирующего выражения и выбрать его порядок *n* таким образом, чтобы сумма среднеквадратичной погрешности в заданных точках интерполяции была минимальной. При *n=7* импульсная переходная функция приемника имеет вид

$$\widetilde{k}(t) = \left(0{,}562 - 0{,}376t + 0{,}102t^2 - 0{,}01198\,t^3 + 0{,}000657\,t^4 - 0{,}000016\,t^5 + 0{,}000000144\,t^6\right)e^{-0{,}178t}. \tag{18}$$

Таким образом, решению подлежит интегральное уравнение

$$\int_0^t [0.562 - 0.376(t-s) + 0.102(t-s)^2 - 0.01198\,(t-s)^3 + 0.000657\,(t-s)^4 - \\ - 0.000016\,(t-s)^5 + 0.000000144\,(t-s)^6]e^{-0.178(t-s)}y(s)ds = f(t). \tag{19}$$

Апробацию рассматриваемого способа компенсации динамической погрешности целесообразно проводить на основе какого-либо характерного режима работы приемника. С этой целью были проведены эксперименты по измерению плотности нестационарного потока теплового излучения с заданным законом изменения, характерным для практических условий работы приемников. Изменение плотности падающего потока теплового излучения достигалось за счет вращения приемника вокруг оси, проходящей через середину его приемной поверхности, в поле потока стационарного излучателя

По результатам предварительных стационарных измерений установлено, что изменение плотности потока излучения при вращении приемника соответствует закону косинусов Ламберта с максимальным отклонением 2,5%. Для исключения конвективной составляющей теплового потока приемник вместе с вращающим устройством помещался в вакуумный объем. Характерный отклик приемника на синусоидальный поток теплового излучения с периодом 28 с приведен в табл. 1. Полученная зависимость $f_э(t_i)$ определяет исследуемый режим и представляет собой правую часть уравнения (16).

Таблица 1. Результаты эксперимента.

Table 1. Experimental results.

N	t_i	$f_э(t_i)$	N	t_i	$f_э(t_i)$	N	t_i	$f_э(t_i)$
1	0,00	0,00	**11**	5,00	10,20	**21**	10,0	12,44
2	0,50	0,51	**12**	5,50	10,93	**22**	10,5	11,78
3	1,00	0,79	**13**	6,00	11,58	**23**	11,0	11,35
4	1,50	2,06	**14**	6,50	12,23	**24**	11,5	10,87
5	2,00	3,60	**15**	7,00	12,75	**25**	12,0	10,22
6	2,50	4,76	**16**	7,50	13,14	**26**	12,5	9,48
7	3,00	5,84	**17**	8,00	13,30	**27**	13,0	8,60
8	3,50	6,91	**18**	8,50	13,33	**28**	13,5	7,59
9	4,00	8,01	**19**	9,00	13,19	**29**	14,0	6,11
10	4,50	9,16	**20**	9,50	12,89			

Теперь для численной реализации интегрального уравнения (16) имеем достаточно полную информацию, т.е. имеем вид ядра (18) и значение правой части (табл. 1). Для компьютерного моделирования в качестве численного метода решения уравнения (16) был выбран метод квадратур, согласно которому интеграл заменяется конечной суммой, что приводит к системе алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^{i} A_j \tilde{k}(t_i - t_j) y(t_j) = f(t_i),\ i = 1, 2, \ldots, \tag{20}$$

где A_j - коэффициенты квадратурной формулы $t_i = (i-1)h$, h- шаг дискретизации.

Применение формулы трапеций с постоянным шагом $h=const$ к уравнению (16) позволяет получить рекуррентное соотношение в виде

$$\left.\begin{aligned} \tilde{y}(0) &= \frac{f_э'(0)}{k(0)} \approx \frac{[-3f_э(0) + 4f_э(h) - f_э(2h)]/2h}{k(0)}, \\ \tilde{y}(t_i) &= \frac{2}{k(0)}\left[\frac{f_э(t_i)}{h} - \sum_{j=1}^{i-1} A_j \tilde{k}(t_i - t_j)\tilde{y}(t_j)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Из выражения (21) видно, что число выполняемых операций на каждом шаге непрерывно растет с ростом номера узлов дискретизации и соответственно растет объем необходимой памяти при компьютерной реализации. Поэтому целесообразно воспользоваться модифицированным алгоритмом численного решения интегрального уравнения (16), основанным на свойстве разделяемости ядра. При этом ядро уравнения (16) представляется следующим образом:

$$k(t-s) = \sum_{l=1}^{m} \alpha_l(t)\beta_l(s),\ l = \overline{1, m}. \tag{22}$$

Если ядро в уравнении (19) представим в виде (22), то уравнение (19) примет вид

$$\begin{gathered} [B_1R_1 + B_2(tR_1 - R_2) + B_3(t^2R_1 - 2tR_2 + R_3) + B_4(t^3R_1 - 3t^2R_2 + 3tR_3 - R_4) + \\ + B_5(t^4R_1 - 4t^3R_2 + 6t^2R_3 - 4tR_4 + R_5) + B_6(t^5R_1 - 5t^4R_2 + 10t^3R_3 - 10t^2R_4 + 5tR_5 - R_6) + \\ + B_7(t^6R_1 - 6t^5R_2 + 15t^4R_3 - 20t^3R_4 + 15t^2R_5 - 6tR_6 + R_7)]e^{-0,178t} = f(t), \end{gathered} \tag{23}$$

где B_1=0,562; B_2=-0,376; B_3=0,102; B_4=-0,01198; B_5=0,000657; B_6=-0,000016; B_7=0,000000144; $R_k = \int_0^t e^{0,178s} s^{k-1} y(s)ds, k = \overline{1,7}$.

Тогда расчетное выражение (21) приобретает следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{y}(0) &= \frac{f_э'(0)}{h\sum_{l=1}^{m}\alpha_l(0)\beta_l(0)}, \\ \tilde{y}(t_i) &= \frac{2}{\theta}\left(\frac{f_э(t_i)}{h} - \sum_{l=1}^{m}\alpha_l(t_i)\sum_{j=1}^{i-1} A_j\beta_l(t_j)\tilde{y}(t_j)\right). \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

где $\theta = \sum_{l=1}^{m}\alpha_l(t_i)\beta_l(t_i) = \tilde{k}(t_i - t_i) = \tilde{k}(0)$.

Таким образом, в выражении (24) количество вычислительных операций не зависит от номера узлов дискретизации, поскольку слагаемые $\sum_{j=1}^{i-1} A_j\beta_l(t_j)y(t_j)$зависят только от одной свободной переменной t_j. Результаты решения уравнения (23) приведены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты решения при различных шагах квадратуры.
Table 2. Solution results for different quadrature steps.

t_i	$y_{h=0.5}(t_i)$	$y_{h=1}(t_i)$	$y_{h=1.5}(t_i)$	t_i	$y_{h=0.5}(t_i)$	$y_{h=1}(t_i)$	$y_{h=1.5}(t_i)$
0,0	2,224	0,392	1,424	**7,5**	18,837		17,525
0,5	2,189			**8,0**	17,484	17,343	
1,0	1,870	2,973		**8,5**	16,938		
1,5	9,858		4,518	**9,0**	15,248	15,356	14,946
2,0	9,805	10,426		**9,5**	13,972		
2,5	11,114			**10,0**	12,141	12,270	
3,0	12,694	11,244	11,397	**10,5**	9,940		10,614
3,5	14,321			**11,0**	10,672	9,567	
4,0	16,078	15,347		**11,5**	8,187		
4,5	17,858		14,991	**12,0**	6,969	7,385	7,661
5,0	18,498	17,887		**12,5**	5,198		
5,5	18,067			**13,0**	3,332	3,717	
6,0	19,067	17,814	17,126	**13,5**	1,361		2,578
6,5	19,378			**14,0**	3,189	1,299	
7,0	19,120	18,913					

Необходимо отметить, что методу квадратур соответствует регуляризирующий алгоритм, в котором параметром регуляризации является шаг квадратуры.

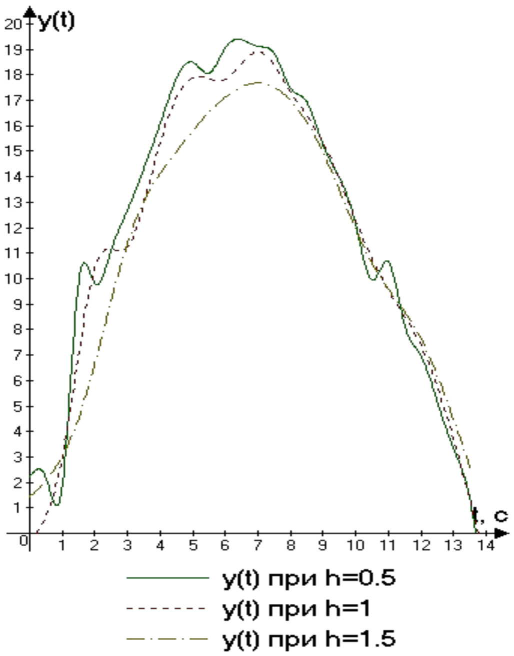

Рис. 1. График восстановленного входного сигнала.
Fig. 1. Recovered input signal graph.

На рис. 1 представлен восстановленный входной сигнал при различных значениях шага. Как видим, с увеличением шага повышается устойчивость получаемого решения, что и свидетельствует о существенном влиянии шага h на решение уравнения (16).

Для получения более устойчивого решения при реализации модели используем метод регуляризации Лаврентьева. Согласно методу Лаврентьева вместо уравнения (16) решается уравнение

$$\alpha y + \int_0^t K(t-s)y(s)ds = f(t). \tag{25}$$

Для определения параметра регуляризации α используем способ модельных примеров, применяя его для уравнения Вольтерра первого рода.

Согласно описанному выше эксперименту определена реакция системы на синусоидальный тепловой поток. Удвоенный период и амплитуда входного синусоидального сигнала оцениваются соответственно значениями 2,27с и 18,01 мВ. Поэтому, согласно способу модельных примеров, считая $y_Q(t) = 18{,}01 sin2{,}27t$ $(t\epsilon[0,T])$, вычисляем интеграл

$$f_Q(t)=\int_0^t \widetilde{K}(t-s)y_Q(s)ds \qquad (26)$$

методом квадратур. Полученная при этом $f_Q(t)$ возмущается определенной погрешностью ξ такой, чтобы выполнялось условие $f_Q(t) = f_Q(t) + \xi f_Q(t)$. Применяя метод регуляризации Лаврентьева, имеем

$$\alpha y_{Q_\alpha}(t)+\int_0^t \widetilde{K}(t-s)y_{Q_\alpha}(s)ds=f^*(t), \qquad (27)$$

где $f^*(t)$ – возмущенная с определенной погрешностью функция $f_Q(t)$.

Для определения $\alpha_{\text{опт}Q}$ уравнения (27) решалось многократно методом квадратур на ЭВМ. Минимум функционала

$$\sum_{i=1}^{m}\left|y_{Q_\alpha}(t_i)-y_Q(t_i)\right|^2,$$

который отвечает $\alpha_{\text{опт}Q}$, является единственным по определению. Полученное значение $\alpha_{\text{опт}Q}$ использовалось для решения уравнения (25).

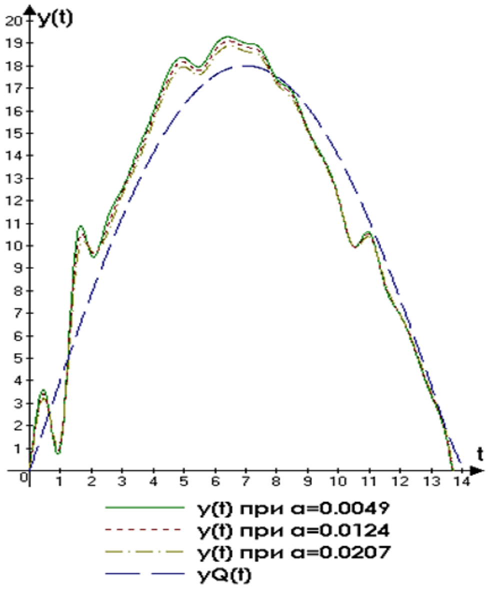

Рис. 2. График входного сигнала, восстановленного методом регуляризации Лаврентьева.
Fig. 2. Graph of the input signal reconstructed by the Lavrentiev regularization method.

На рис. 2 представлено несколько вариантов восстановленного входного сигнала, полученных при решении интегрального уравнения (25) (при $\alpha = \alpha_{\text{опт}Q}$) для различных значений возмущения правой части модельного примера:

- при $\xi = 2\% \Rightarrow \alpha_{\text{оптQ}}$=0.0049;
- при $\xi = 3\% \Rightarrow \alpha_{\text{оптQ}}$=0.0124;
- при $\xi = 5\% \Rightarrow \alpha_{\text{оптQ}}$=0.0207.

Можно увидеть, что применение регуляризации обеспечивает получение более стойкого решения.

4. Заключение (Conclusion)

Инверсная обработка позволяет повысить точность и надежность систем мониторинга, что критически важно для обеспечения стабильной работы энергетических объектов. Улучшение качества данных позволяет оперативно выявлять и устранять нештатные ситуации, повышая безопасность и эффективность энергетических систем.

Таким образом, результаты применения интегрального метода восстановления сигналов свидетельствуют о целесообразности создания корректирующих вычислительных устройств на основе разработанных алгоритмов, что позволит успешно осуществить динамическую коррекцию системы измерения потоков теплового излучения и значительно повысить ее точность. Полученные результаты позволят осуществлять эффективную модельную поддержку разработок новых и совершенствование существующих измерительных средств систем мониторинга автоматизированного управления, диагностики и испытания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Ф. Верланъ, А.А. Сытник, М.В. Сагатов. Методы математического и компьютерного моделирования измерительных преобразователей и систем на основе интегральных уравнений. «Фан», Ташкент, 2011, - 344 с.

2. Денисенко А. Н. Компьютерная обработка информации : монография / А. Н. Денисенко. – М. : Медпрактика-М, 2010. – 252 с.

3. Макашева, С. И. Качество электрической энергии: мониторинг, прогноз, управление : монография / С. И. Макашева. — Хабаровск : ДВГУПС, 2020. — 114 с.

4. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений. — Санкт-Петербург: Политехника, 2001. — 240 с.

5. Верлань А.Ф., Горошко И.О.,Карпенко Е.Ю.,Королев В.Ю.,Мосенцова Л.В. Методы и алгоритмы восстановления сигналов и изображений. – К.: НАН Украины, Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова, 2011. – 368 с.

6. Karimov M.M., Nizomova S.M., Sagatova F.M. Digital filters in the problems of signal recovery of measuring instruments. International scientific and practical conference on “Modern problems of coherent optics and laser physics”. Collection of papers. November 6 - 7, 2024 Tashkent, 249-253pp.

7. Каримов М.М., Сагатов М.М. Задачи восстановления входного сигнала и динамической коррекции измерительного преобразователя. Сборник научных трудов международной научно-практической конференции «Проблемы государственной системы технического регулирования национальной инфраструктуры качества в преодолении технических барьеров в международной торговле и ее актуальные научные и практические вопросы», Октябрь 14, 2021 Ташкент, Узбекистан. 486 – 489 стр.

8. M.M. Karimov, M.M. Kadirov, B.S. Askarkhadjaev. Restoration of input signals of the linear dynamic. Sixth World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation, Tashkent, 2010.

9. A.F.Verlan, M.V. Sagatov. Inverse problems of the dynamics of observation interpretation systems. 2021 Journal of Physics: Conference Series 2131 032109.

10. Сидоров Д. Н. Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения: монография. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. – 293 с.

11. Сагатов М.В., А.А. Сытник. Математическая модель теплового измерительного преобразователя стержневого типа. Научно-технический журнал «Химическая технология. Контроль и управление», Ташкент, 2007, №6, стр. 27-30.

12. A.F.Verlan, M.V. Sagatov. A method of presenting experimental dependencies in solving inverse problems. Chemical Technology, Control and Management: Vol. 2021 : Iss. 5, Article 10, 62-67 pp.

13. Karimov M.M., Sagatov M.M. Analysis of the accuracy of the solution of the integral equation of the interpretation problem. Int. scien. and techn. journal “Chemical control and management”, 2023, №1 (109), 67-75 pp.

14. А.Ф. Верлань, Б.С. Сизиков. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы [справочное пособие]. – К.: Наук. думка, 1986. – 544 с.

15. Годлевский В. С., Годлевский В. В. Вопросы точности при обработке сигналов. – Киев: Альфа реклама, 2020. – 407 с.

REFERENCES

1. A.F. Verlan, A.A. Sytnik, M.V. Sagatov. Methods of mathematical and computer modeling of measuring converters and systems based on integral equations. "Fan", Tashkent, 2011, - 344 p. *(in Russian)*

2. Denisenko A. N. Computer information processing: monograph / A. N. Denisenko. - M.: Medpraktika-M, 2010. - 252 p. *(in Russian)*

3. Makasheva, S. I. Quality of electric energy: monitoring, forecast, control: monograph / S. I. Makasheva. - Khabarovsk: DVGUPS, 2020. - 114 p. *(in Russian)*

4. Sizikov V.S. Mathematical methods for processing measurement results. - St. Petersburg: Polytechnic, 2001. - 240 p. *(in Russian)*

5. Verlan A.F., Goroshko I.O., Karpenko E.Yu., Korolev V.Yu., Mosentsova L.V. Methods and algorithms for signal and image restoration. - K.: NAS of Ukraine, Institute for Problems of Modeling

in Power Engineering named after G.E. Pukhov, 2011. - 368 p. *(in Russian)*

6. Karimov M.M., Nizomova S.M., Sagatova F.M. Digital filters in the problems of signal recovery of measuring instruments. International scientific and practical conference on “Modern problems of coherent optics and laser physics”. Collection of papers. November 6 - 7, 2024 Tashkent, 249-253pp

7. Karimov M.M., Sagatov M.M. Problems of input signal restoration and dynamic correction of the measuring transducer. Collection of scientific papers of the international scientific and practical conference "Problems of the state system of technical regulation of the national quality infrastructure in overcoming technical barriers in international trade and its current scientific and practical issues", October 14, 2021 Tashkent, Uzbekistan. 486 - 489 pp. *(in Russian)*

8. M.M. Karimov, M.M. Kadirov, B.S. Askarkhadjaev. Restoration of input signals of the linear dynamic. Sixth World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation, Tashkent, 2010.

9. A.F.Verlan, M.V. Sagatov. Inverse problems of the dynamics of observation interpretation systems. 2021 Journal of Physics: Conference Series 2131 032109.

10. Sidorov D.N. Methods of analysis of integral dynamic models: theory and applications: monograph. - Irkutsk: Publishing house of Irkutsk State University, 2013. - 293 p. *(in Russian)*

11. Sagatov M.V., A.A. Sytnik. Mathematical model of a rod-type thermal measuring transducer. Scientific and technical journal "Chemical technology. Control and management", Tashkent, 2007, No. 6, pp. 27-30 *(in Russian)*

12. A.F.Verlan, M.V. Sagatov. A method of presenting experimental dependencies in solving inverse problems. Chemical Technology, Control and Management: Vol. 2021 : Iss. 5, Article 10, 62-67 pp

13. Karimov M.M., Sagatov M.M. Analysis of the accuracy of the solution of the integral equation of the interpretation problem. Int. scien. and techn. journal “Chemical control and management”, 2023, No. 1 (109), 67-75 pp.

14. A. F. Verlan, B. S. Sizikov. Integral equations: methods, algorithms, programs [reference manual]. - K.: Nauk. dumka, 1986. - 544 p. *(in Russian)*

15. Godlevsky V. S., Godlevsky V. V. Accuracy issues in signal processing. - Kyiv: Alfa reklama, 2020. - 407 p. *(in Russian)*