



Наво oralig‘i bir xil bo‘lgan mashinalarda stator chulg‘amining asosiy va differensial sochilma induktivliklarini energetik usulda hisoblash usuli

Kudrat G. Abidov^{1,a)}, G‘iyosiddin M. Maxmadiev²

^{1,a)}DSc, dots, Toshkent davlat texnika universiteti, Toshkent, 100095, O‘zbekiston; abidoff@rambler.ru
<https://orcid.org/0000-0001-8315-0351>

² SIFAT-SENTR" MChJ "Elektrotexnika" laboratoriyasi mutaxassisi, Toshkent, 100157, O‘zbekiston; giyos2007@rambler.ru
<https://orcid.org/0000-0002-4325-0216>

Dolzarbligi: stator o‘ramining asosiy va differensial sochilgan induktivliklarini aniq belgilash o‘zgaruvchan tokli elektr mashinalarini loyihalashda muhim vazifa bo‘lib qolmoqda. Ushbu parametrlar mashinaning dinamikasi, barqarorligi va energetik samaradorligiga sezilarli darajada ta‘sir qiladi. Fraksiyali tirqish soni, magnit o‘tkazgichlarning to‘yinishi va murakkab o‘ram tuzilmasiga ega zamonaviy konstruksiyalarda standart hisoblash usullari ko‘pincha yetarli aniqlikni ta‘minlamaydi. Ushbu ishlanma taklif qilayotgan energiyaviy usul havo bo‘shlig‘idagi magnit maydonning asosiy va yuqori tartibli garmonik tarkiblarini hisobga olish imkonini beradi. Bu usulni haqiqiy ish sharoitlariga yaqin bo‘lgan holatlarda tahlil qilish uchun samarali vositaga aylantiradi. Ushbu metodning dolzarbligi uning turli konstruktiv parametrlarga ega sinxron generatorlarga qo‘llanishi bilan tasdiqlanadi.

Maqsad: stator o‘ramining asosiy va differensial sochilgan induktivliklarini hisoblash uchun energiyaviy usulni ishlab chiqish va asoslab berish, budal bir jinsli havo bo‘shlig‘iga ega elektr mashinalarida o‘ramlarning konstruktiv xususiyatlarini va magnit maydonning yuqori tartibli garmonikalarining ta‘sirini hisobga olishi lozim.

Usullar: Ushbu ishda mashinaning havo oralig‘ida zaxiralangan elektromagnit energiyani hisoblashga asoslangan energiyaviy usul qo‘llanilgan. Magnit maydonni tahlil qilishda maydonning garmonik tarkibga ajratilishi va fazoviy garmonikalarni yig‘indilashning sonli usullari qo‘llanilgan. Hisoblashlar kompyuterda amalga oshirilgan hisoblash modeli asosida bajarilgan bo‘lib, u o‘ramning konstruktiv parametrlari, magnit o‘tkazgichlarning to‘yinishi va tokning tirqishlar bo‘yicha taqsimotini inobatga oladi.

Natijalar: energetik usul asosida stator o‘ramining asosiy va differensial sochilgan induktivliklarini hisoblash metodikasi ishlab chiqildi va amaliyotga joriy etildi. MSA 72/4 turidagi sinxron generator uchun sonli tahlil o‘tkazilib, usulning yuqori aniqlikka ega ekani ko‘rsatildi. Aniqlanishicha, uch fazali ta‘minotda differensial induktivlik to‘yinishiga deyarli bog‘liq emas, shu bilan birga asosiy induktivlik sezilarli darajada o‘zgaradi. Bundan tashqari, bir fazali ta‘minotda yuqori tartibli garmonikalarning ta‘siri kuchliroq bo‘lib, bu differensial induktivlikning ortishiga olib keladi.

Kalit so‘zlar: asosiy induktivlik, differensial induktivlik, sochilganlik, energiyaviy usul, stator o‘rami, havo oralig‘i, garmonik tahlil, magnit to‘yinish, elektr mashina, sinxron generator.

For citation: Abidov K.G., Makhmadiev G.M. Method for calculating the main and differential leakage inductances of the stator winding using the energy method in machines with a uniform air gap. Scientific and technical journal of Problems of Energy and Sources Saving, 2025, no. 3, pp. 163-172.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.16935984>

Received: 9.03.2025
Revised: 18.04.2025
Accepted: 21.07.2025
Published: 23.08.2025

Copyright: © Kudrat G. Abidov, Giyosiddin M. Makhmadiev, 2025. Submitted to Problems of Energy and Sources Saving for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Метод расчета главного и дифференциального рассеяния индуктивностей обмотки статора энергетическим методом в машинах с равномерным воздушным зазором

Кудрат Г. Абидов^{1,a)}, Гиёсиддин М. Махмадиев²

^{1,a)} DSc, доц., Ташкентский государственный технический университет, Ташкент, 100095, Узбекистан; abidoff@rambler.ru <https://orcid.org/0000-0001-8315-0351>

² специалист лаборатории «Электротехника» ООО «СИФАТ-ЦЕНТР», Ташкент, 100157, Узбекистан; giyos2007@rambler.ru <https://orcid.org/0000-0002-4325-0216>

Актуальность: точное определение главной и дифференциальной индуктивностей рассеяния обмотки статора остаётся важной задачей при проектировании электрических машин переменного тока. Эти параметры существенно влияют на динамику, устойчивость и энергетическую эффективность машины. В современных конструкциях с дробным числом пазов, насыщением магнитопроводов и сложной структурой обмотки стандартные методы расчёта часто недостаточно точны. Предлагаемый в работе энергетический метод позволяет учитывать как основную, так и высшие гармонические составляющие магнитного поля в воздушном зазоре. Это делает его эффективным инструментом анализа для условий, близких к реальной эксплуатации. Актуальность метода подтверждается его применимостью к синхронным генераторам с разнообразными конструктивными параметрами.

Цель: разработать и обосновать энергетический метод расчёта главной и дифференциальной индуктивностей рассеяния обмотки статора в электрических машинах с равномерным воздушным зазором, учитывающий конструктивные особенности обмоток и влияние высших гармоник магнитного поля.

Методы в работе использован энергетический метод, основанный на расчёте электромагнитной энергии, запасённой в воздушном зазоре машины. Для анализа магнитного поля применялись гармонический разложение поля и численные методы суммирования пространственных гармоник. Расчёты выполнены с



использованием вычислительной модели, реализованной на ЭВМ, с учётом конструктивных параметров обмотки, насыщения магнитопроводов и распределения тока по пазам.

Результаты: разработана и реализована методика расчёта главной и дифференциальной индуктивностей рассеяния обмотки статора на основе энергетического метода. Проведён численный анализ для синхронного генератора типа МСА 72/4, показавший высокую точность метода. Установлено, что дифференциальная индуктивность при трёхфазном питании слабо зависит от насыщения, в то время как главная индуктивность существенно изменяется. Также выявлено, что при однофазном питании влияние высших гармоник более заметно, что приводит к увеличению дифференциальной индуктивности.

Ключевые слова: главная индуктивность, дифференциальная индуктивность, рассеяние, энергетический метод, обмотка статора, воздушный зазор, гармонический анализ, магнитное насыщение, электрическая машина, синхронный генератор.

Method for calculating the main and differential leakage inductances of the stator winding using the energy method in machines with a uniform air gap

Kudrat G. Abidov^{1,a)}, Giyosiddin M. Makhmadiev²

^{1,a)}DSc, assoc.prof, Tashkent State Technical University, Tashkent 100095, Uzbekistan; abidoff@rambler.ru
<https://orcid.org/0000-0001-8315-0351>

²Specialist of the "Electrical Engineering" Laboratory at SIFAT-CENTER LLC, Tashkent 100157, Uzbekistan;
giyos2007@rambler.ru <https://orcid.org/0000-0002-4325-0216>

Relevance: the accurate determination of the main and differential leakage inductances of the stator winding remains a critical task in the design of alternating current electrical machines. These parameters significantly influence the machine's dynamics, stability, and energy efficiency. In modern designs featuring fractional slot numbers, magnetic core saturation, and complex winding structures, standard calculation methods often lack sufficient accuracy. The energy-based method proposed in this work accounts for both the fundamental and higher harmonic components of the magnetic field in the air gap. This makes it an effective analytical tool for conditions close to real-world operation. The relevance of the method is confirmed by its applicability to synchronous generators with a wide range of design parameters.

Aim: to develop and substantiate an energy-based method for calculating the main and differential leakage inductances of the stator winding in electrical machines with a uniform air gap, taking into account the structural features of the windings and the influence of higher-order harmonics of the magnetic field.

Methods: the work employs an energy-based method grounded in the calculation of electromagnetic energy stored in the machine's air gap. For magnetic field analysis, harmonic decomposition and numerical methods for summing spatial harmonics were used. The calculations were carried out using a computational model implemented on a computer, taking into account the winding's structural parameters, magnetic core saturation, and current distribution in the slots.

Results: A calculation methodology for the main and differential leakage inductances of the stator winding was developed and implemented based on the energy method. A numerical analysis was performed for a synchronous generator of type MSA 72/4, demonstrating the high accuracy of the method. It was established that under three-phase supply, the differential inductance is weakly dependent on magnetic saturation, whereas the main inductance changes significantly. It was also found that under single-phase supply, the influence of higher-order harmonics becomes more pronounced, leading to an increase in differential inductance.

Keywords: main inductance, differential inductance, leakage, energy method, stator winding, air gap, harmonic analysis, magnetic saturation, electrical machine, synchronous generator.

1. Введение (Introduction)

Точное моделирование и анализ электромагнитных процессов в электрических машинах переменного тока остаются одними из ключевых задач современной электротехники. Среди важнейших параметров, влияющих на работу машины, особое значение имеют главная и дифференциальная индуктивности рассеяния обмотки статора. Эти индуктивности, определяемые в основном магнитным полем в воздушном зазоре, существенно влияют на динамику, энергетическую эффективность и устойчивость работы электрических машин. В современных высокоэффективных машинах — особенно с дробным числом пазов, ярко выраженными полюсами или сложными структурами обмоток — влияние геометрических параметров и насыщения магнитной стали становится особенно значимым. Для точного определения индуктивностей рассеяния в таких условиях необходимо учитывать множество конструктивных и режимных факторов: форму и размеры воздушного зазора, ширину паза, зубцовый шаг, число пазов на полюс и фазу, распределение витков обмотки, магнитные свойства сердечников статора и ротора и другие. Одним из универсальных и надежных методов определения этих индуктивностей является энергетический метод, основанный на расчете электромагнитной энергии, запасённой в воздушном зазоре. Этот подход позволяет более полно описать распределение маг-



нитного поля, учитывая как основную волну, так и высшие пространственные гармоники, создаваемые токами обмотки статора. Настоящая работа посвящена разработке и применению энергетического метода для расчета главной и дифференциальной индуктивностей рассеяния однофазных и трехфазных обмоток статора в машинах переменного тока с равномерным воздушным зазором. Методика учитывает распределение поля в активной зоне машины и позволяет проводить анализ при различных уровнях магнитного насыщения. Особое внимание уделяется влиянию высших пространственных гармоник и конструктивных параметров обмотки. Предложенный метод реализован в вычислительной форме и проверен на примере четырехполюсного синхронного генератора типа МСА 72/4 (15 кВА, 230 В, 1500 об/мин). Полученные результаты подтверждают практическую применимость и высокую точность метода при анализе индуктивностей рассеяния в условиях, близких к реальной эксплуатации.

Главная и дифференциальная индуктивности обмотки статора являются основными параметрами, обусловленными полем основного воздушного зазора современных высокоиспользуемых электрических машин переменного тока. Создаваемые обмотками статора поля, являются сложными функциями радиальной величины воздушного зазора между сердечниками статора и ротора, числа пазов на полюс и фазу, шага, числа фаз и зон обмотки, ширины шлица паза, зубцового шага, магнитного состояния стальных участков магнитопроводов статора и ротора и демпфирующего влияния токов во вторичных контурах машины. Приводим методику расчета главной и дифференциальной индуктивностей [1,2], которая позволяет учесть все вышеприведенные факторы, влияющие на эти индуктивности, кроме влияния неравномерности воздушного зазора между сердечниками статора и ротора и демпфирующего влияния токов, наведенных во вторичных контурах полями высших пространственных гармонических, создаваемых обмоткой статора машины переменного тока. Учет влияния последних является предметом отдельных исследований. Предлагаемая в данной работе методика расчета основывается на модели поля воздушного зазора электрической машины переменного тока. В модели принимается, что полный ток паза статора сосредоточен в тонком слое, расположенном по дуге окружности гладкой поверхности расточки статора и шириной равной ширине шлица паза, которой соответствует внутренний пространственный угол 2α . Радиальная величина воздушного зазора δ между ферромагнитными сердечниками статора и ротора машины принимается равномерной.

2. Методы и материалы (Methods and materials)

Как известно, индуктивность дифференциального рассеяния представляет собой разность между индуктивностью обмотки, обусловленной действительным полем в воздушном зазоре и его основной волной. Основная волна поля определяет главную индуктивность обмотки. Индуктивности могут быть определены для случая питания отдельно каждой фазы многофазной обмотки, для случая многофазного питания, а также для токов нулевой последовательности. В данном параграфе рассматривается вопрос расчетного определения главной и дифференциальной индуктивностей для однофазной обмотки и для токов прямой последовательности трехфазных обмоток. Обычно при расчете реактивностей, обусловленных магнитным полем основного воздушного зазора машин переменного тока применяются энергетический и гармонический анализ методы [3,4,5]. Применим первый из этих методов, основанный на энергетическом методе определения индуктивностей. При применении метода для одной фазы многофазных обмоток статора могут быть использованы выражения (1) (двухслойные обмотки с целым q),

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{2n-1} (-1)^k \cos(x + ky) = \sin\left(x + \frac{2n-1}{2}y\right) \sin ny \operatorname{cosec} \frac{y}{2} \\ & \cos n\varphi - \cos n\left(\varphi - \frac{\pi}{p}\right) + \cos n\left(\varphi - \frac{2\pi}{p}\right) - \dots - \cos\left[n\varphi - \frac{\pi}{p}(2p-1)\right] = \\ & = \sin n\left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \frac{\pi}{2}\right) \sin(-n\pi) \operatorname{cosec}\left(n \frac{\pi}{2p}\right) = \sin n\left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \frac{\pi}{2}\right) \times \\ & \quad \times \frac{\sin(-n\pi)}{\cos\left(n \frac{\pi}{2p}\right)} = 2p k_{pq} \sin n\left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \frac{\pi}{2}\right) \\ & H_0 = 4w_k p q \sum_{n=1}^{\infty} K_n k_{обн} k_{pqn} \sin n\left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \frac{\pi}{2}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где



$$K_{pqn} = \frac{\sin(-n\pi)}{2p \cos\left(n \frac{\pi}{2p}\right)}$$

(2) (однослойные обмотки с целым q),

$$H_0 = 2w_k q p \sum_{n=1}^{\infty} K_n k_{обн} k_{оqn} \cos n \left(\varphi - \frac{p-1}{p} \pi \right), \quad (2)$$

где

$$K_{оqn} = \frac{\sin n\pi}{p \sin\left(n \frac{\pi}{p}\right)}$$

(3) (двухслойные обмотки с дробным q при основании дробности равном двум)

$$u_n = k'_{pkn} (f+1) = \frac{\sin\left[n(f+1) \frac{\alpha_z}{2}\right]}{\sin\left(n \frac{\alpha_z}{2}\right)},$$

$$\vartheta_n = k''_{pkn} f = \frac{\sin\left(nf \frac{\alpha_z}{2}\right)}{\sin\left(n \frac{\alpha_z}{2}\right)}$$

из (2) получим

$$H_0 = 2w_k p \sum_{n=1}^{\infty} K_n k_{сл,n} k_{yn} \left[u_n \cos n \left(\varphi + \frac{\pi}{p} \right) + \vartheta_n \cos n \varphi \right] \quad (3)$$

При $u_n = \vartheta_n$ выражение (3) превращается в (1) для двухслойной обмотки с целым q и выражения подобные (4) (при любых дробностях величины q).

$$\begin{aligned} H_0 = 2w_k \sum_{n=1}^{\infty} K_n k_{сл,n} k_{yn} & \left\{ u_n \left[\cos n \left(\varphi + \frac{\alpha_z}{p} \right) - \cos n \left(\varphi - \frac{\pi}{p} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \cos n \left(\varphi - \frac{\alpha_z + 2\pi}{p} \right) \right] - \vartheta_n \left[\cos n \left(\varphi + \frac{\alpha_z - 6\pi}{2p} \right) - \cos n \left(\varphi - \frac{\alpha_z + 8\pi}{2p} \right) \right] - \right. \\ & \left. - u_n \left[\cos n \left(\varphi + \frac{\alpha_z - 5\pi}{p} \right) - \cos n \left(\varphi - \frac{6\pi}{p} \right) + \cos n \left(\varphi - \frac{\alpha_z + 7\pi}{p} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \vartheta_n \left[\cos n \left(\varphi + \frac{\alpha_z - 16\pi}{2p} \right) - \cos n \left(\varphi - \frac{\alpha_z + 18\pi}{2p} \right) \right] \right\}. \quad (4) \end{aligned}$$

Как видно из (4) оси соседних катушечных групп сдвинуты друг по отношению друга на углы, отличные от полюсного деления машины на $\pm \frac{\alpha_z}{p}$ или $\pm \frac{\alpha_z}{2p}$.

Выражение для напряженности магнитного поля в воздушном зазоре машины, создаваемой трехфазной обмоткой статора составляется для одного из мгновенных значений ее тока [6,7,8]. В частности для момента времени, когда ток в одной из фаз трехфазной двухслойной обмотки равен нулю, а в двух других фазах токи равны по величине и противоположны по знаку, выражение напряженности поля определяемой выражением (5)

$$\begin{aligned} H_\tau = 4p w_k q \sum_{n=1}^{\infty} K_n k_{обн} k_{pqn} & \left[\sin n \left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \pi \right) \sin \left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ & \left. + \sin \left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \pi - \frac{2\pi}{3p} \right) \sin \left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin n \left(\varphi - \frac{2p-1}{p} \pi - \frac{4\pi}{3p} \right) \sin \omega_1 t \right], \quad (5) \end{aligned}$$

где $\omega_1 = 2\pi f_1$ – угловая частота; t – время.

имеет вид

$$\begin{aligned} H_\tau = \sqrt{3} w_1 a_1 \sum_{n=1}^{\infty} K_n k_{обн} k_{pqn} & \left\{ \sin n \left[\varphi - \frac{(2p-1)\pi}{p} \right] - \right. \\ & \left. - \sin n \left[\varphi - \frac{(2p-1)\pi}{p} - \frac{2\pi}{3p} \right] \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

где a_1 – число параллельных ветвей обмотки статора;



W_1 - число эффективных витков одной фазы обмотки: $w_1 = \frac{2pqw_k}{a_1}$;

После некоторых преобразований из (6) получим

$$H_T = 2\sqrt{3}w_1a_1 \sum_{n=1}^{\infty} K_n K_{обн} K_{pqn} \cos n \left[\varphi - \frac{(6p+5)}{6p} \pi \right] \sin n \frac{\pi}{3p}. \quad (7)$$

Индуктивность дифференциального рассеяния

$$L_{\partial} = L - L_2, \quad (8)$$

где L - индуктивность обмотки, обусловленная действительным полем в зазоре,
 L_2 - главная индуктивность.

Как известно индуктивность обмотки связана электромагнитной энергией действительного поля выражением

$$L = \frac{2}{i^2} W, \quad (9)$$

где W - электромагнитная энергия действительного поля в зазоре машины.

Подобно (3-4) главная индуктивность обмотки

$$L_2 = \frac{2}{i^2} W_T \quad (10)$$

где W_T - электромагнитная энергия основного рабочего поля в зазоре машины.

Учитывая (9) и (10) из (8) получим выражение индуктивности дифференциального рассеяния однофазной обмотки:

$$L_{\partial o} = L_o - L_{\partial o} = \frac{2}{i^2} (W_o - W_{To}) \quad (11)$$

где W_o - электромагнитная энергия действительного поля однофазной обмотки в зазоре машины.

W_{To} - электромагнитная энергия основного рабочего поля однофазной обмотки.

Аналогично (11) индуктивность дифференциального рассеяния одной фазы трехфазной обмотки при питании ее трехфазным током

$$L_{\partial m} = L_m - L_{\partial m} = \frac{4}{3i^2} (W_T - W_{TТ}), \quad (12)$$

где W_T - электромагнитная энергия действительного поля трехфазной обмотки;

$W_{TТ}$ - электромагнитная энергия основного рабочего поля трехфазной обмотки.

В (11) и (12) обозначения «о» и «т» в индексах соответствуют однофазной и трехфазной обмоткам. С другой стороны электромагнитная энергия поля в воздушном зазоре.

$$W = \sum_v \mu_0 \frac{H^2}{2} dV, \quad (13)$$

где H - действующее значение напряженности магнитного поля,

V - объем воздушного пространства между сердечниками статора и ротора машины.

$$V = \int_0^{2\pi} l_{\delta} \delta \frac{b+c}{2} d\varphi, \quad (14)$$

где l_{δ} - расчетная длина воздушного зазора.

Применительно к однофазной и трехфазной обмоткам выражение (13) с учетом (14) можно писать

$$W_o = \frac{\mu_0 l_{\delta} \delta (b+c)}{4} \int_0^{2\pi} H_o^2 d\varphi, \quad (15)$$

$$W_{To} = \frac{\mu_0 l_{\delta} \delta (b+c)}{4} \int_0^{2\pi} H_{op}^2 d\varphi, \quad (16)$$

$$W_T = \frac{\mu_0 l_{\delta} \delta (b+c)}{4} \int_0^{2\pi} H_T^2 d\varphi, \quad (17)$$

$$W_{TТ} = \frac{\mu_0 l_{\delta} \delta (b+c)}{4} \int_0^{2\pi} H_{Tp}^2 d\varphi, \quad (18)$$



где H_{op}, H_{tp} - основные гармонические напряженностей магнитных полей однофазной и трехфазной обмоток.

Значения H_{op} и H_{tp} получаются путем подстановки $n=рв$ (6) и (7), соответственно, т.е.

$$H_{op} = 2w_1 a_1 K_p \sin p \left[\varphi - \frac{(2p-1)\pi}{2} \right], \quad (19)$$

$$H_{tp} = 3w_1 a_1 K_p \cos p \left[\varphi - \frac{(6p+5)\pi}{6p} \right], \quad (20)$$

$$K_p = \left[C_{\delta n} \rho^{(p-1)} - D_{\delta n} \rho^{-(p+1)} \right] \frac{\sin p\alpha}{\alpha} \sin p \frac{\beta}{2} \frac{\sin pq \frac{\alpha_z}{2}}{q \sin p \frac{\alpha_z}{2}} \cos p\pi$$

Подставив (19) и (20), соответственно, в (16) и (18) и произведя интегрирование получим

$$W_{го} = \pi \mu_0 w_1^2 l_\delta \delta (b+c) K_p^2,$$

$$W_{гт} = \frac{9\pi}{4} \mu_0 w_1^2 l_\delta \delta (b+c) K_p^2.$$

Интегрирование в (15) и (17) при большом числе гармоник в составе H_o и H_T трудно, а в ряде случаев практически невозможно. Поэтому величины H_o и H_T можно заменить эквивалентными величинами H_{os} и H_{ts} , которые находятся графически, путем деления соответствующей кривой поля на s равноотстоящих друг от друга ординат h_1, h_2, h_3 и т.д. по выражениям

$$H_{os} = \sqrt{\frac{1}{s} (h_{o1}^2 + h_{o2}^2 + h_{o3}^2 + \dots + h_{os}^2)}, \quad (21)$$

$$H_{ts} = \sqrt{\frac{1}{s} (h_{t1}^2 + h_{t2}^2 + h_{t3}^2 + \dots + h_{ts}^2)}. \quad (22)$$

Подставив H_{os} и H_{ts} вместо H_o и H_T , соответственно, (15) и (17) и производя интегрирование имеем

$$W_o = \frac{\pi}{2} \mu_0 \delta l_\delta (b+c) H_{os}^2,$$

$$W_T = \frac{\pi}{2} \mu_0 \delta l_\delta (b+c) H_{ts}^2.$$

3. Результаты и обсуждение (Results and discussion)

Отметим что при разделении кривой поля, для нахождения H_{os} и H_{ts} на равноотстоящие друг от друга ординаты, для обмоток якорей с целым q , достаточно ограничиться одним полюсным делением, а для обмоток с дробным q нужно использовать кривую поля в пределах повторяющейся по своей структуре части обмотки статора [9,10,11,12]. При четном основании дробности повторяющаяся часть обмотки занимает число полюсных делений равное основанию дробности, а при нечетном – два раза больше основания дробности.

Как отмечалось ранее, вышеприведенные выражения для расчета главной и дифференциального рассеяния индуктивностей справедливы для двухслойных обмоток с целым q . Используя выражения можно получить аналогичные выражения для машин с однослойной обмоткой с целым q , а также для однослойной и двухслойной дробных обмоток, а также для любых видов специальных обмоток статора [13,14,15,16,17,18].

Расчеты главной и дифференциального рассеяния индуктивностей были проведены на ЭВМ для четырех полюсной машины переменного тока с двухслойной обмоткой якоря при $a=0$; $b=0,1241$ м; $\rho=c=0,125$; $d=0,184$ м; $\alpha=0,028$ рад; $\alpha_z=0,1496$ рад; $\beta=1,3464$ рад; $q=3\frac{1}{2}$;

$W_1=56$. Эти величины в основном соответствуют трехфазному явнополюсному синхронному генератору типа МСА 72/4, 15 кВА (12кВт), 230 В, схема соединения обмотки статора «звезда», 1500 об/мин [19,20,21,22,23,24,29]. На рис.1 приведены зависимости

$$L_{\sigma T}, L_{\Gamma T}, L_{\delta o}, L_{\delta T} = f(\mu).$$

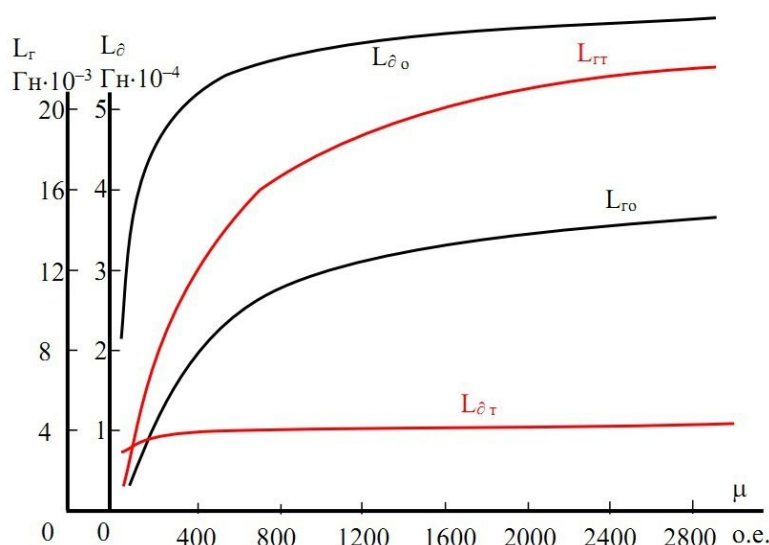


Рис.1. Расчеты рассеяния индуктивностей четырех полюсной машины переменного тока.
Fig. 1. Calculations of leakage inductances of a four-pole alternating current machine.

Здесь принята, что величина $\mu = \mu_1 = \mu_2$. Расчеты проводились на ЭВМ. Суммирование отдельных гармонических составляющих для определения зависимостей $H_o, H_T = f(\varphi)$, производилось вплоть до $n=150$. Как видно, индуктивность дифференциального рассеяния одной фазы при трехфазном питании в диапазоне изменения относительной величины магнитной проницаемости стальных частей магнитопроводов статора и ротора от 200 до 4000 практически остается без изменения и уменьшается лишь при тех значениях μ которые соответствуют глубокому насыщению магнитопровода. В то же время главные индуктивности обмоток, как при однофазном, так и при трехфазном питании в зависимости от величины μ изменяются в довольно широких пределах. Индуктивность дифференциального рассеяния при однофазном питании изменяется в более широком диапазоне, чем при трехфазном питании [25,26,27,28,29].

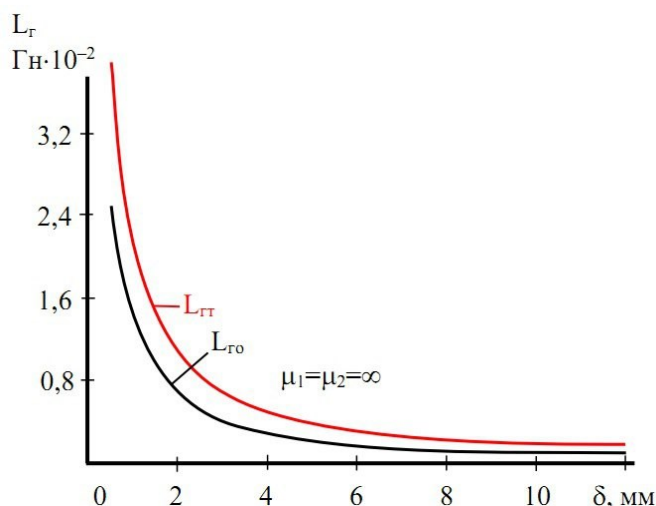


Рис.2. Зависимости главных индуктивностей трехфазных и однофазных обмоток статора.
Fig. 2. Dependencies of the main inductances of three-phase and single-phase stator windings.

На рис.2 приведены зависимости главных индуктивностей трехфазных и однофазных обмоток статора для той же машины МСА – 72/4 в функции воздушного зазора между сердечниками статора и ротора. Как видно эти индуктивности изменяются в довольно широких пределах в зависимости от величины воздушного зазора машины.



4. Заключение (Conclusion)

Разработанные методы расчета реактивностей обусловленных полей воздушного зазора и в частности дифференциального рассеяния и его составляющих для токов прямой последовательности обмотки статора позволяют производить расчеты с учетом различных конструктивных и режимных факторов, влияющих на эти реактивности. Индуктивность дифференциального рассеяния однофазной обмотки из-за влияния высших пространственных гармонических кратных трем имеет большую величину чем аналогичное для трехфазной обмотки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Одилов Г., Маркман М.В., Турсунов А.А. Исследование влияния насыщения стали на пространственные гармонические поля якоря машины переменного тока //Вестник ТашГТУ. – 1995. – №1-2. – С. 104 – 109.
2. Геллер Б., Гамата В. Высшие гармоники в асинхронных машинах. – М.: Энергия, 1981. – 352 с.
3. Шуйский В.П. Расчет электрических машин: (Пер. с немец.). –Л.: Энергия, 1968.
4. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. –М.: Энергия, 1970. –376 с.
5. Одилов Г. Экспериментальное определение индуктивного сопротивления рассеяния по коронкам зубцов якоря синхронной машины //Матер. Респ. н.т. конф. молодых учёных и специалистов, посвященной 50-летию ТашПИ, ч.П. – Ташкент, 1980. – С.26.
6. Fuchs E.F. Last abhängigget ransiente Reaktanzen von gesättigten Turbogeneratoren. «Arch. Electrotechn.» (W. – Berlin), 1973, 55, №5, p. 263 – 273.
7. Одилов Г. ЭДС наводимый в роторе восстанавливающимися гармоническими поля статора машины переменного тока //Межвуз. сб. науч. тр. «Актуальные вопросы в обл. техн. и фонд. наук», ТашГТУ, Ташкент, 2001. – Вып. 1. – С. 16 – 20.
8. И. П. Копылов. Электрические машины, 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство «Юрайт», 2012. — 675 с. — ISBN 978-5-9916-1501-3
ru.wikipedia.org+Surait.ru+5ru.scribd.com+5
9. Б. Геллер, В. Гамата. Высшие гармоники в асинхронных машинах — М.: Энергия, 1981. — 352 с.
10. Н. В. Астахов, В. С. Малышев, В. Т. Медведев и др.Расчёт магнитных вибраций асинхронных двигателей — М.: МЭИ, 1985. — 96 с.
11. И. Г. Шубов. Шум и вибрация электрических машин — Л.: Энергия, 1973. — 200 с
12. Иванов-Смоленский А. В.Электрические машины: Учебник для вузов: в 2 т. Том 2. 3-е изд., перераб. и доп.— М.: Изд-во МЭИ, 2006. — 531 с. — ISBN 5-903072-67-4.
13. Шерназаров С. Э., Якубова Д. К. Диагностика асинхронных электродвигателей на основе анализа параметров внешнего магнитного поля.— Ташкент: ТашГТУ, 2019. — 24 с.
14. А. И. Вольдек. Электрические машины. Учебник для вузов и техникумов.— М.: Энергоатомиздат.2006. — 350 с.
15. Xu X., Han Q., Chu F. “Review of Electromagnetic Vibration in Electrical Machines.” *Energies*, Vol. 11, Issue 7, Article 1779, 16 страниц, изд. MDPI, 2018.
16. Wu Z., Zuo S., Hu S., Hu X. “Analytical modelling of air-gap magnetic field of interior permanent magnet synchronous motors.” *IET Electric Power Applications*, Vol. 14, Issue 11, pp. 2101–2110, изд. The Institution of Engineering and Technology (IET), ноябрь 2020.
17. Mezani S., Laporte B., Takorabet N. “Saturation and space harmonics in the complex finite element computation of induction motors.” — *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 5 (Sept. 2005), pp. 1460–1463. — ООО “IEEE”. scielo.br+3
18. Ouazir Y., Ibtouen R., Takorabet N., Touhami O., Mezani S. “Phase-belt harmonics in complex finite-element analysis of induction motors with an air-gap interface coupling.”— *IEE Proceedings – Electric Power Applications*, Vol. 153, Issue 4 (July 2006), pp. 343–348. — The Institution of Engineering and Technology.
19. Demenko A. “Finite element analysis of electromagnetic torque saturation harmonics in a squirrel cage machine.”— *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 18, No. 4 (1999), pp. 619–628. — *MCB UP Ltd*.
20. Masotti M. et al. “A complete and fast analysis procedure for three-phase induction motors using finite element, considering skewing and iron losses.” — *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 5 (2021), article 2428, 17 pp. — *MDPI*.
21. Rosu M., Zhou P., Lin D., Ionel D.M. et al. “Accounting for slot harmonics and nonsinusoidal unbalanced voltage supply in high-speed solid-rotor induction motor using complex multi-harmonic finite element analysis.”— *Energies*, Vol. 14, No. 17 (2021), art. 5404, 25 pp. — *MDPI*.



22. Yi F. et al. "Research on PMSM harmonic coupling models based on magnetic co-energy."— IET Electric Power Applications, Vol. 13, No. 6 (2019), pp. 927–935. — IE.
23. Пашали Д. Ю. Диагностика электромеханических преобразователей по внешнему магнитному полю.— Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. Уфа: УГАТУ, 2004. — 320 с.
24. Гетьман А. Б. Определение пространственных гармоник магнитного поля вблизи поверхности технического объекта. — Электричество, № 1, 2005. — с. 55–60.
25. Розов В. Ю. Методы снижения внешних магнитных полей энергонасыщенных объектов.— Техническая электродинамика, 2001, № 1. — с. 16–20.
26. Пилюгина О. Ю. Повышение эффективности снижения внешних магнитных полей электрических машин переменного тока.— Кандидатская диссертация. Харьков, 2001. — 149 с.
27. Жумагулов К. К. Универсальная модель электрической машины для расчёта внешнего магнитного поля.— Труды КарГТУ, 2000, № 2. — с. 73–74.
28. Сотников В. В. Внешнее магнитное поле гармонического тока, распределённого по поверхности кругового кольца.— Техническая электродинамика, 2000, № 2, с. 20–25.
29. Одилов, Гапур. Исследование параметров распространения электромагнитного поля и обмоток машин: 05.09.01 – Электромеханика и электрические аппараты: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М.: [б.и.], 2004. – 32 с.

REFERENCES

1. Odilov G., Markman M.V., Tursunov A.A. Study of the influence of steel saturation on the spatial harmonic fields of the armature of an ac machine. Bulletin of Tashkent State Technical University, 1995, No. 1–2, pp. 104–109.
2. Geller B., Gamata V. Higher harmonics in asynchronous machines. – М.: Energiya, 1981. – 352 pages.
3. Shuysky V.P. Calculation of electrical machines (Translated from German) Leningrad: Energiya, 1968.
4. Binns K., Launderson P. Analysis and calculation of electric and magnetic fields. – М.: Energiya, 1970. – 376 p.
5. Odilov G. Experimental determination of the leakage reactance along the armature tooth tips of a synchronous machine .Proceedings of the Republican Scientific and Technical Conference of Young Scientists and Specialists Dedicated to the 50th Anniversary of TashPI, Part II. – Tashkent, 1980. – p. 26.
6. Fuchs E.F. Last abhängig getransiente Reaktanzen von gesättigten Turbogeneratoren. «Arch. Electrotechn.» (W. – Berlin), 1973, 55, №5, p. 263 – 273.
7. Odilov G. EMF induced in the rotor by the reestablishing harmonic fields of the stator of an ac machine. Interuniversity Collection of Scientific Works "Topical Issues in the Field of Technical and Fundamental Sciences", TashSTU, Tashkent, 2001, Issue 1, pp. 16–20.
8. Kopylov I.P. Electrical machines. 2nd ed., revised and expanded. — М.: Yurayt Publishing, 2012. — 675 pages. — ISBN 978-5-9916-1501-3. ru.wikipedia.org+5urait.ru+5ru.scribd.com+5
9. B. Geller, V. Gamata higher harmonics in asynchronous machines — М.: Energiya, 1981. — 352 p.
10. N.V. Astakhov, V.S. Malyshev, V.T. Medvedev et al. Calculation of magnetic vibrations in asynchronous motors — М.: MPEI, 1985. — 96 p.
11. I.G. Shubov. Noise and vibration of electrical machines — L.: Energiya, 1973. — 200 pages.
12. Ivanov-Smolyensky A.V. Electrical machines: textbook for universities. In 2 Volumes. Volume 2, 3rd ed., revised and expanded — М.: MPEI Publishing, 2006. — 531 p. — ISBN 5-903072-67-4.
13. Shernazarov S.E., Yakubova D.K. Diagnostics of asynchronous electric motors based on the analysis of external magnetic field parameters — Т.: TashSTU, 2019. — 24 p.
14. A.I. Voldek Electrical machines: Textbook for Universities and Technical Colleges — М.: Energoatomizdat, 2006. — 350 p.
15. Xu X., Han Q., Chu F. "Review of Electromagnetic Vibration in Electrical Machines." *Energies*, Vol. 11, Issue 7, Article 1779, 16 страниц, изд. MDPI, 2018.
16. Wu Z., Zuo S., Hu S., Hu X. "Analytical modelling of air-gap magnetic field of interior permanent magnet synchronous motors." IET Electric Power Applications, Vol. 14, Issue 11, pp. 2101–2110, изд. The Institution of Engineering and Technology (IET), ноябр 2020.
17. Mezani S., Laporte B., Takorabet N. "Saturation and space harmonics in the complex finite element computation of induction motors." — IEEE Trans. Magn., Vol. 41, No. 5 (Sept. 2005), pp. 1460–1463. — ООО "IEEE". scielo.br+3
18. Ouazir Y., Ibtouen R., Takorabet N., Touhami O., Mezani S. "Phase-belt harmonics in complex finite-element analysis of induction motors with an air-gap interface coupling."— IEE Proceed-



ings – Electric Power Applications, *Vol. 153, Issue 4 (July 2006)*, pp. 343–348. — The Institution of Engineering and Technology.

19. Demenko A. “Finite element analysis of electromagnetic torque saturation harmonics in a squirrel cage machine.”— COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, *Vol. 18, No. 4 (1999)*, pp. 619–628. — MCB UP Ltd.

20. Masotti M. et al. “A complete and fast analysis procedure for three-phase induction motors using finite element, considering skewing and iron losses.” — Applied Sciences, *Vol. 11, No. 5 (2021)*, article 2428, 17 pp. — MDPI.

21. Rosu M., Zhou P., Lin D., Ionel D.M. et al. “Accounting for slot harmonics and nonsinusoidal unbalanced voltage supply in high-speed solid-rotor induction motor using complex multi-harmonic finite element analysis.”— Energies, *Vol. 14, No. 17 (2021)*, art. 5404, 25 pp. — MDPI.

22. Yi F. et al. “Research on PMSM harmonic coupling models based on magnetic co-energy.”— IET Electric Power Applications, *Vol. 13, No. 6 (2019)*, pp. 927–935. — IE.

23. Pashali D.Yu. Diagnostics of electromechanical transformers and external magnetic fields.— Abstract dissertation of the candidate of technical science. Ufa: UGATU, 2004. — 320 p.

24. Getman A.B. Determination of spatial harmonics of the magnetic field near the surface of a technical object. — Electricity, No. 1, 2005. — pp. 55–60.

25. Rozov V.Yu. Methods of reducing external magnetic fields of energy-saturated objects. - Technical Electrodynamics, 2001, No. 1. - pp. 16-20.

26. Pilyugina O.Yu. Increasing the efficiency of reducing external magnetic fields of alternating current electric machines. - Candidate's dissertation. Kharkov, 2001. - 149 p.

27. Zhumagulov K.K. Universal model of an electric machine for calculating the external magnetic field. - Proceedings of KarSTU, 2000, No. 2. - pp. 73-74.

28. Sotnikov V.V. External magnetic field of harmonic current distributed over the surface of a circular ring. - Technical Electrodynamics, 2000, No. 2, pp. 20-25.

29. Odilov, Gapur. Research parameters of electromagnetic field and machine windings propagation: 05.09.01 – Electromechanics and electrical devices. Autoref. dis. ... Dr. tech. science - Moscow: [b.i.], 2004. - 32 p.